Scolarizzazione del sapere e delle relazioni: effetti sull'apprendimento della matematica

Summary. Some examples are given, derived from recent research, of the missing transference, that is of the student's non acceptance of personal responsibility for their own behaviour. It is hypothesised that this depends on various factors connected with the student's refusal to choose for himself how to learn, leaving the responsibility of choosing to the scholastic institution and to the teacher.

Bruno D'Amore

338. D'Amore B. (1999). Scolarizzazione del sapere e delle relazioni: effetti sull'apprendimento della matematica. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*. 22A, 3, 247-276. [Un ampio sunto di questo articolo è stato pubblicato in: Jannamorelli B., Strizzi A. (eds) (1999). *Allievo, Insegnante, Sapere: dagli studi teorici alla pratica didattica*. Atti del 4° Seminario Internazionale di Didattica della Matematica, Sulmona 23-24-25 aprile 1999. Sulmona: Qualevita. 85-96. Un ampio sunto di questo articolo è stato pubblicato in lingua spagnola su: *Resúmenes de la XIII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. Universidad Autonoma de Santo Domingo, Santo Domingo, República Dominicana, 12-16 luglio 1999, 27. Traduzione completa in lingua spagnola: *La escolarización del saber y de las relaciones: los efectos sobre el aprendizaje de las matemáticas*. *Relime* (México D.F., México). 3, 3, 2000, 321-338].

Scolarizzazione del sapere e delle relazioni: effetti sull'apprendimento della matematica

Bruno D'Amore

NRD di Bologna
Dipartimento di Matematica
Università di Bologna

Facoltà di
Scienze della Formazione primaria
Libera Università di Bolzano

Lavoro eseguito nell'àmbito del Contratto di Ricerca CNR 98.01000.CT01 e dei Contratti di Ricerca MURST.

Il quadro teorico.

La ricerca in didattica della matematica degli ultimi 20 anni ha particolarmente insistito nell'analizzare, in molti e vari dettagli possibili, quel che si nasconde dietro il "triangolo" che ha come vertici: *insegnante*, *sapere*, *allievo* (Chevallard & Joshua, 1982). Si tratta di un modello sistemico che serve soprattutto per situare ed analizzare la natura dei molteplici rapporti che si instaurano tra i tre "soggetti" che stanno ai vertici, nel senso di quel che, all'interno della didattica della matematica, si è finito con il denominare *didattica fondamentale* (Henry, 1991).[1]
In questo senso, il sapere rappresenta il polo ontologico o epistemologico, l'allievo rappresenta il polo genetico o psicologico, l'insegnante il polo funzionale o pedagogico. In prima battuta, il "lato" sapere-allievo di tale "triangolo" si potrebbe risolvere nel verbo "apprendere", il "lato" sapere-insegnante nel verbo "insegnare" [che porta con sé tutta la problematica della "trasposizione didattica"(Chevallard, 1985) e dell'ingegneria didattica (Artigue, 1992)]; il "lato" insegnante–alunno è talvolta riassunto nel verbo "animare" (ma questo, mi pare, perché in tale relazione asimmetrica, si tende a vedere dalla parte dell'insegnante verso l'allievo…).
Questo modo di interpretare le cose, però, si è rivelato riduttivo, dato che non si tratta solo di stabilire o evidenziare relazioni tra allievo e sapere, tra insegnante e sapere e tra allievo e insegnante; in questo ultimo caso, si tratta anche di relazioni, in situazione di forte asimmetria da tanti punti di vista, tra esseri umani, uno dei quali è per così dire riconosciuto come il depositario del sapere,

[1] La didattica fondamentale è definita come «una scienza che si interessa alla produzione ed alla comunicazione di conoscenze (…) in ciò che questa produzione e questa comunicazione hanno di specifico delle conoscenze» (Brousseau, 1988, pag. 18).

l'altro soggetto ad una scolarizzazione forzata il cui scopo sociale dichiarato è, appunto, l'accesso al sapere.
In questo genere di studi, grande rilievo assume la problematica della *devoluzione*:[2] l'allievo costruisce conoscenza solo se assume personalmente, se si fa carico personalmente, se si interessa personalmente di quanto gli è stato proposto attraverso la situazione didattica (Perrin-Glorian, 1994). Ed è evidente il profondo legame che c'è tra *devoluzione* ed *istituzionalizzazione*: «l'istituzionalizzazione della consegna è l'atto sociale attraverso il quale il maestro e l'allievo riconoscono la devoluzione» (Brousseau, cit. in Perrin-Glorian, 1994, pag. 128).[3]
Naturalmente, si deve fare una profonda differenza a questo punto, tra il sapere personale e quello istituzionale: il primo sapere è quello che costituisce un «oggetto [che] *esiste per ciascuno di noi*» (Chevallard, 1992, pag. 87: il corsivo è dell'A.) ma non necessariamente appartenente ad una istituzione (il che comporta che potrebbe non avere un nome proprio istituzionalmente riconosciuto) mentre il secondo è quell'oggetto del quale le istituzioni si sono occupate, dandogli un nome specifico.
È a partire da queste considerazioni (o, meglio, nell'àmbito di queste considerazioni) che si pone la ricca problematica del "rapporto al sapere" (Chevallard, 1996), così ben illustrato in una situazione concreta da Maria Luisa Schubauer Leoni (1997).

---

[2] In italiano, il termine è traslato da un uso che se ne fa in Diritto: «Trasmettere a qualcuno un bene o un diritto», di facile interpretazione metaforica.
[3] Si raccomanda la lettura di Sarrazy (1995).

Il problema.

Con il termine "scolarizzazione del sapere" intendo qui riferirmi a quell'atto in larga misura inconsapevole, attraverso il quale l'allievo, ad un certo punto della sua vita sociale e scolastica (ma quasi sempre nel corso della Scuola Elementare), delega alla Scuola (come istituzione) ed all'insegnante di scuola (come rappresentante dell'istituzione) il compito di *selezionare per lui i saperi significativi* (quelli che lo sono socialmente, per status riconosciuto e legittimato della noosfera), rinunciando a farsi carico diretto della loro scelta in base a qualsiasi forma di criterio personale (gusto, interesse, motivazione,…). Poiché questa scolarizzazione comporta il riconoscimento dell'insegnante come depositario dei saperi che socialmente contano, è anche ovvio che vi è, più o meno contemporaneamente, una scolarizzazione dei rapporti interpersonali (tra studente ed insegnante e tra studente e compagni) e del rapporto tra lo studente ed il sapere: è quel che nel titolo si chiama "scolarizzazione delle relazioni".

Ci si può chiedere che ruolo giochi la scolarizzazione non solo sull'efficacia degli apprendimenti ma anche sull'atteggiamento che lo studente assume, relativamente alla matematica in generale, nell'aula scolastica. Credo che ogni apporto con esempi significativi in questo campo, sia opportuno, per conoscere sempre meglio il fenomeno e per studiarne gli aspetti che si presentano variegati e multiformi. Si tratta, in un certo senso, di costituire una sorta di banca-dati alla quale fare riferimento al momento in cui si abbia bisogno di esempi.

Per contribuire a realizzare questa "banca", sto recentemente riprendendo in esame alcune delle ricerche condotte da me stesso o da miei collaboratori negli anni, per filtrare ed interpretare, a partire dalle risposte degli allievi, informazioni nel senso precisato poco sopra.

Prima di arrivare agli esempi ed alla considerazione finale, però, sono necessarie due premesse che costituiscono le origini delle mie riflessioni. Trarrò tali premesse da testi di due cari amici e colleghi, il messicano Luis Moreno Armella ed il francese Bernard Sarrazy.

Prima premessa: la conoscenza situata.

In Moreno Armella (1999) si pone con forza il problema della contestualizzazione della conoscenza: da un lato, si afferma (e si sostiene con vari esempi) che la cognizione è intrinsecamente contestuale; dall'altro, però, che la matematica è astratta, dato che i suoi enunciati non si riferiscono a nulla di reale. Di fronte all'inconciliabilità di queste affermazioni, che cosa si può fare? «Occorre affrontare il problema; di fronte alla natura contestualizzata, situata, della conoscenza, il problema del professore è il seguente: aiutare affinché quella conoscenza contestualizzata dell'allievo raggiunga un livello di articolazione che le permetta di legarlo, come strumento della conoscenza, ad altri contesti per generare nuove conoscenze» (Armella, 1999).
Ma: come raggiungere questo scopo?
Diversi ricercatori hanno segnalato le difficoltà che le persone incontrano nel tentativo di generare processi di decontestualizzazione. Negli studi di alcuni psicologi, come J. Lave alla fine degli anni '80, per esempio, si sostiene addirittura che ogni atto cognitivo deve vedersi nient'altro che come una risposta specifica a circostanze specifiche. In particolare, per la matematica, Noss & Hoyles (1996) segnalano come questa affermazione ponga una sfida formidabile: la matematica considera inaccettabile che i suoi propri enunciati restino ancorati a referenti fissi, che restino cioè dipendenti dalle casualità del contesto. Ma allora, come trattare contemporaneamente da un lato con la natura contestuale di quanto appreso (a scuola, per esempio)

e dall'altro con una concezione della matematica che promuova la decontestualizzazione?
Tra i molti esempi che si possono fare, ricordiamo gli studi sulla cosiddetta "matematica della strada", sviluppati soprattutto in Brasile da parte del gruppo di Teresinha Nuñes. Essi hanno esplorato le diverse strategie che seguono gli studenti a scuola per risolvere problemi aritmetici, e quelle che mettono in pratica i venditori di strada (talvolta adulti e tal altra ragazzi in età scolare). I risultati di questi studi mettono in evidenza che una delle maggiori differenze tra matematica di scuola e di strada consiste nel fatto che la matematica scolare pone in gioco e si esprime tramite manipolazioni quasi esclusivamente sintattiche, mentre la matematica dei venditori di strada parte proprio dal significato specifico del contesto nel quale i problemi sorgono.
Per esempio, le manipolazioni sintattiche della scuola rendono sensato, per un'assenza di contesto reale, che si possano realizzare operazioni del tipo «il valore di una vongola moltiplicato per il numero delle vongole», mentre questa è un'operazione inammissibile per le strategie numeriche dei venditori di pesce (che mai e poi mai conterebbero le vongole contenute in una cassetta!).
E non bisogna dimenticare gli studi di Saxe (1985, 1988, 1991) sugli effetti della scolarizzazione dei bambini venditori di strada: bambini costretti a badare a sé stessi, posti in situazioni istituzionali, non sembrano più in grado di effettuare quelle stesse operazioni aritmetiche che, per la strada, dominavano con evidente maestrìa. La devoluzione non scatta e l'essere inseriti in un'istituzione è considerato come qualche cosa di innaturale e forzato: in questo caso la scolarizzazione è immediata e talvolta violenta.[4]

[4] Sempre per restare nel tema dei bisogni di competenze matematiche reali, fuori dal contesto artificiale della scuola e sul fatto che le competenze raggiunte a scuola non sembrano fornire

«Dunque, in modo generale» conclude Moreno Armella (1999) «si potrà usare la conoscenza contestuale di una persona come un supporto di espressione di relazioni più generali e da qui indurre una riflessione sulla sua attività (quel che si presenta nella teoria piagettiana come *astrazione riflessiva*)».
Le precedenti considerazioni obbligano a rivedere alcune posizioni classiche sull'apprendimento; viene spontaneo pensare ad esso non tanto come acquisizione di particolari capacità mentali, ma come mutamenti nel modo di farsi rappresentazioni delle conoscenze stesse. Posso anch'io riprendere, come fa Moreno Armella, Piaget e ricordare come egli giudicasse i bambini non in grado di risolvere problemi di analogia del tipo: «malato *sta a* medico *come* automobile rotta *sta a* …» per mancanza di pensiero astratto; secondo Piaget, infatti, risolvere una "proporzione" di questo tipo richiederebbe la capacità di ragionare su coppie di rapporti e dunque ad un livello decisamente astratto. Ma ricerche recenti dimostrano invece che bambini anche molto piccoli sono in grado di superare tali compiti se le conoscenze in gioco sono acquisite: in altre parole, la conoscenza della realtà richiamata dal compito è sufficiente per risolverlo (Goswami, 1992). Ma se ciò è vero, significa davvero che apprendere non è tanto sviluppare conoscenze, quanto trasformarle, saperle manipolare. Ed è vero che l'apprendimento si situa all'interno di specifici domini di attività o di conoscenze: *l'apprendimento è sempre situato*, a conferma di quanto si diceva sopra (Billet, 1996). Sarebbe come dire che una conoscenza non è slegata dalla capacità di farne uso, di servirsene: la capacità di far uso di una conoscenza è incorporata nella conoscenza stessa, non è altro da essa. Ciò comporta, sul piano dell'operatività e della prassi didattica, che è importante:

- far sì che lo studenti avanzi sul modo di concettualizzare le esperienze che vogliamo producano conoscenza

---

aiuti (anzi, a volta sembrano inibire l'uso delle competenze stesse), si può vedere Noss (1998).

- partire sempre dalle rappresentazioni che gli studenti hanno, in partenza, per quanto rozze o ingenue, degli oggetti della conoscenza che intendiamo costruire: solo il miglioramento dell'adeguatezza delle concezioni previe garantisce apprendimento.

Seconda premessa: la conoscenza filtrata da un rapporto relazionale.

In Sarrazy (1995) si cercano le radici storiche dell'idea e delle ricerche sul contratto didattico e si dà un ampio panorama dei diversi modi (incredibilmente diversi!) nei quali oggi tale termine è usato. Nell'àmbito del paragrafo sul «contesto empirico», l'Autore afferma che il concetto di contratto didattico è stato introdotto da G. Brousseau nel 1978 come una causa possibile del fallimento "elettivo" in matematica («si tratta di quei bambini che presentano un deficit di acquisizione, difficoltà di apprendimento o una mancanza di gusto pronunciati nel campo della matematica, ma che riescono nelle altre materie», IREM Bordeaux, 1978, pag. 172). In seguito, nel 1981, G. Brousseau e J. Péres raccolsero le loro osservazioni relative allo studio di un caso emblematico diventato famoso nell'àmbito della didattica della matematica: *il caso Gaël*.
Di che si tratta? Seguiamo la descrizione che ne fa Sarrazy (1998, pagine 134-135). Gaël è un allievo di otto anni e mezzo che sta ripetendo il primo anno di scuola elementare: «Già alla prima seduta i ricercatori constatano la sua incapacità ad impegnarsi in un processo nel quale la conoscenza sarebbe il prodotto di una costruzione risultante dall'interazione con l'ambiente didattico». Per Gaël la conoscenza non ha alcun senso, se non quello di un'«attività rituale nella quale si ripetono dei modelli». In questo comportamento c'è un continuo chiamare in causa l'autorità

pedagogica della maestra: «ciò che mi è stato insegnato», «quello che la maestra dice che bisogna fare»…, sono le risposte univoche che Gaël dà alle domande di spiegazione di quel che fa o di quel che sa. «A partire da questo momento, l'obiettivo delle sedute successive consiste nel provocare in Gaël una rottura nella sua concezione di situazione didattica. Progressivamente egli entra nel gioco e giunge a modificare il suo rapporto con la situazione didattica, accettando di impegnarsi nel problema che gli viene sottoposto.[[5]] Questo impegno si manifesta attraverso anticipazioni, scommesse con il ricercatore, verifica delle proprie previsioni […]. Egli tenta di dominare l'incertezza delle situazioni proposte senza "rifugiarsi" dietro algoritmi o procedure che sarebbe utile applicare, come faceva in precedenza, ma adattando le sue conoscenze alle necessità della situazione a-didattica».[6]

«Che il concetto di contratto didattico sia apparso a proposito di una ricerca riguardante i fallimenti elettivi non è una semplice coincidenza. Ricondotto nel contesto delle ricerche in sociologia dell'educazione di questo periodo, il contratto didattico segna, al tempo stesso, l'affermazione della specificità e la pertinenza della didattica nascente, nonché una rottura rispetto ai modelli esplicativi dominanti in sociologia dell'educazione» (Sarrazy, 1998, pag. 135).

Non può non colpire il fatto, riconoscibile in qualsiasi contesto aula, e non certo solo in Francia!, che l'allievo debole non accede direttamente alla conoscenza, al sapere; ma lo fa solo per soddisfare clausole di un contratto e soltanto mediante un "ponte" relazionale, mediante la mediazione dell'insegnante. Questo può

---

[5] Si tratta di valutare il numero di oggetti che restano in un sacco, conoscendo il numero totale di oggetti ed il numero di oggetti tolti dal sacco.

[6] Ricordiamo solo che questo è il contesto interattivo caratteristico della situazione didattica (definito sulla base di tre elementi: il maestro, l'allievo e la conoscenza) e che è proprio a partire da qui che G. Brousseau definirà successivamente il contratto didattico.

valere per scacchi elettivi o, più in generale, in situazioni di difficoltà anche meno specifiche.

Una rapida considerazione.

Al di là delle incredibili differenze di situazioni di ricerca nelle quali i due Autori precedenti sono impegnati, si trae una comune riflessione: il sapere reso istituzionale condiziona le norme non solo dell'accesso ad esso, ma anche le norme del suo uso. Non solo quindi deve interessare la questione della scolarizzazione del sapere, ma anche quale atteggiamento degli studenti ne derivi come conseguenza.

Alcuni esempi.

1. Da: Cassani et al. (1996). In questa ricerca condotta tra il 1992 ed il 1995, ragazzi alla fine della III media (alla fine del mese di maggio) (studenti di età: 13-14 anni) vengono dapprima invitati a risolvere un classico problema in condizioni standard (individualmente, foglio protocollo, penna, banco) nel quale c'è da calcolare il volume di una piramide retta a base quadrangolare regolare, date le misure dello spigolo di base e di uno spigolo laterale; e poi a valutare il volume di una piramide reale, di legno, avendo eventualmente a disposizione un righello. Per dirla in breve, mentre nel test scritto si ha generalmente un risultato positivo percentuale molto alto, nella prova empirica si hanno situazioni di sgomento, di rifiuto, di abbandono, perfino reazioni rabbiose.
Propongo alcuni esempi.

Stefano non ne vuol sapere di misurare alcunché ed alle nostre insistenze dice chiaramente che non serve a nulla; in compenso ossessivamente ripete tra sé e sé che: «L'altezza della piramide coincide con quella del prisma che la contiene». È evidente il tentativo di rifugiarsi in vuoti schemi istituzionali, che precedentemente sono risultati vincenti, ma che, in questa occasione, non bastano. Dopo che lo si è praticamente obbligato a misurare, inviperito, dichiara che questo procedimento «non è scolastico». È evidente la ricerca ossessiva ed affannosa di una risposta a carattere scolastico, inserita cioè nel contesto dei saperi ritenuti, a torto o ragione, accettati dalla istituzione scuola.
Molti ragazzi chiedono "i dati", ma non usano il righello per procurarseli; è evidente il risultato della scolarizzazione del concetto stesso di problema geometrico.
Molti studenti, di fronte ad una piramide piena, dichiarano che l'altezza non si può misurare perché non c'è; sembra chiaro il riferimento ad una situazione in cui, invece, l'altezza appare ed è stata disegnata in modo evidente: lo studente se la aspetta. Limitarsi a disporre il righello verticale, appoggiandolo sul tavolo, e poi cercare di valutare l'altezza è un espediente guardato con sospetto, rifiutato: non fa parte dei saperi scolasticamente accettabili (chi, spinto da noi a seguire questa tecnica, la rifiuta, motiva il suo rifiuto in termini di «procedimento inesatto», «risultato approssimato» ecc.). Appare molto chiara la volontà di far uso solo di saperi e di atteggiamenti scolasticamente accettabili, che rientrino negli standard usuali.
Tra le reazioni di rabbia, ce ne sono alcune che dimostrano la lotta tra il voler usare le competenze istituzionali e quelle esterne. Giada, durante l'intervista, dichiara che le uniche piramidi che conosce sono quelle scolastiche: «La piramide l'abbiamo trovata sul libro di geometria e poi abbiamo imparato le formule».

2. Da: D'Amore et al. (1995). In questa ricerca ci si è posti il problema di tentare di capire come i bambini di scuola elementare

(età dei bambini 8-11 anni) (con qualche cenno alla scuola media, età degli allievi 11-14 anni) si immaginano la scena descritta nel testo di un problema aritmetico standard, quando tale testo è di tipo narrativo, e come lo rielaborano nella loro intimità, adattandolo al loro vissuto, prima ancora di passare alla fase risolutiva.
Tra gli altri fenomeni osservati, è ossessiva la richiesta di libertà ad uscire, almeno idealmente, dalle mura scolastiche, appropriandosi di realtà esterne, e poi di poterne fare uso di nuovo in aula. Per esempio, moltissimi bambini chiedono di sostituire al "latte" (che appariva in un problema sul consumo medio familiare) la "coca cola" (con dichiarazioni esplicite: «Con la Coca Cola ci viene meglio perché ci interessiamo»[7]); il bisogno di dare nomi reali, conosciuti, alle persone anonime coinvolte nelle storie; la necessità di temporalizzare situazioni che nel testo sono atemporali;…
A proposito, invece, della scolarizzazione, si può far rientrare in questo discorso un fenomeno già evidenziato da molti Autori in varie occasioni e per altri motivi. Durante la discussione collettiva, emerge più volte l'inutilità di fare certe operazioni (come, per esempio, 30:1); e tuttavia, in situazione di risoluzione, gli *stessi* bambini (anche alle medie) non si sentono liberi di usare direttamente 30 (che è un dato), se non dopo averlo sottoposto all'operazione 30:1, ritenuta necessaria da un punto di vista procedurale («La maestra vuole che facciamo *tutti* i passaggi»…).
Qui la scolarizzazione dei saperi gioca vari ruoli, ma vorrei puntare l'accento su uno particolare. Lo studente sa benissimo dentro di sé che 30:1 fa 30 e che quindi sarebbe inutile scrivere in modo esplicito tale operazione. E tuttavia sa anche che la sua

[7] Nelle prove che abbiamo fatto, invece, sembra non esservi correlazione alcuna tra le scelte terminologiche dei bambini e la supposta miglior soluzione dei problemi. Cioè avere "latte" o "coca cola" nel testo, non modifica affatto le percentuali di successo, al contrario di quel che dichiarano molti bambini.

conoscenza personale non coincide non solo con le supposte attese dell'insegnante (e qui siamo in pieno contratto didattico) ma neppure coincide con quel che gli è permesso sapere in via personale: lo studente ritiene di poter sapere che può usare quel "30" solo dopo averlo ottenuto grazie ad un'operazione che ne renda possibile l'utilizzazione come risultato di un'operazione, il che solo legittima e conferma la conoscenza intuitiva, rendendola scolasticamente accettabile.

3. Da: D'Amore e Martini (1997a). In questa ricerca, condotta con studenti delle scuole medie superiori (età degli studenti: 14-19 anni), si voleva sostanzialmente mostrare come sia possibile creare un "ambiente di riferimento cognitivo", obbligando quasi lo studente a dare risposte facendo riferimento non a tutto il proprio potenziale cognitivo, ma solo a quello che in quella ricerca abbiamo definito "contesto naturale", cioè l'insieme formato dal linguaggio quotidiano e dall'insieme N dei numeri naturali. Il risultato è che studenti anche evoluti danno risposte che sembrano a prima vista rivelare ignoranze abissali e che invece sono dovute al fatto che stanno cercando la risposta in un ambiente cognitivo non abbastanza ampio. Naturalmente ciò comporta che alcune delle domande poste nel questionario fossero espresse in lingua naturale e non mediante formalismi, con tutta la ovvia, ma voluta, ambiguità che la lingua comune si porta dietro. Per esempio, di fronte alla domanda: «Qual è secondo te il numero più piccolo del mondo?», le risposte «Zero» sono numerosissime anche tra studenti che conoscono bene i numeri reali ed in particolare i negativi. Ma quel che più interessa, in questo caso, è la risposta istituzionale dietro la quale si trincerano in moltissimi, «-∞», ma rivelando in modo esplicito, durante le interviste, la lotta interiore che hanno dovuto sostenere per scegliere tra quel che veniva spontaneo (extra-scolastico) e quel che sapevano di dover dire (ora di matematica). Davide (V Itis) scrive «-∞» ma confessa a voce: «Forse era più appropriato dire qualche cosa vicino a zero, non so»; Giampiero (V Itis): «Ho pensato a zero perché è niente e non c'è niente meno di niente». Abbiamo insomma esempi di lotta violenta tra quel che veniva spontaneo dire (in quel contesto naturale da noi subdolamente creato in modo artificiale, grazie alle prime domande) e quel che si riteneva di dover dire, esprimendo un sapere scolastico.

4. Da: D'Amore e Giovannoni (1997). In questa ricerca, durata 4 anni (uno di preparazione e 3 di vera e propria ricerca-azione), e che ha coinvolto non solo gli autori ma 8 insegnanti di matematica di due scuole medie della provincia di Mantova (età degli allievi: 11-14 anni), si è ideato e poi sperimentato un curriculum matematico radicalmente nuovo, soprattutto per quanto concerne le modalità didattiche (ma anche i contenuti), privilegiando gli aspetti affettivi e metacognitivi, ma con positivi risultati vistosi sul piano cognitivo (a detta degli stessi insegnanti). Tra le altre cose, alle attività matematiche ufficiali, accademiche, standard, erano affiancate molte altre attività a contenuto matematico, sì, ma solitamente considerate non di routine e che qui, invece, avevano la stessa rilevanza valutativa delle prime. Per esempio: svolgimento di temi scritti a soggetto matematico; descrizione di figure matematiche non in base a criteri… euclidei, bensì a criteri estetici; inoltre, coinvolgimenti molto forti sul piano personale, per esempio conferenze, ricerche di storia, immersione nel vissuto extra-scolastico…
La forza dell'esperienza, quel che a mio avviso ne ha decretato il successo, sta nel fatto che si poteva continuamente mescolare l'istituzionale con il non, ed i ragazzi (dopo un po' di tempo) hanno capito che il contratto usuale era del tutto rotto, accettando situazioni didattiche diverse dall'usuale, accettando la devoluzione, facendosi cioè carico di tutto l'apprendimento in prima persona. Dalle dichiarazioni degli allievi nel corso del triennio la cosa è lampante ed appare molte volte. Vi sono dichiarazioni sulla simpatia delle insegnanti, ma anche di certe

figure o altri "oggetti" matematici; sui colori ammessi per certe figure e per i rinnovati colori… dei capelli delle insegnanti; commenti molto personali su singoli matematici dei quali si apprendeva la storia (aneddotica, un po' romanzata).
Ma, ed è qui un punto interessante, anche tra le dichiarazioni dei docenti coinvolti nell'esperienza se ne hanno alcune che non esito a definire analoghe, di ripensamenti sul "mestiere di insegnante" e sul ruolo degli allievi in aula. Le dichiarazioni dei ragazzi sono spesso profonde e mature; Jason: «Credevo di essere l'unica a non avere il pallino per la matematica, invece ho scoperto che i miei compagni erano al mio livello e così mi sono tranquillizzata»; Elisa: «Nelle ore di matematica mi piace fare l'insegnante insieme a delle mie compagne come se dovessi essere interrogata, praticamente un'interrogazione in forma di insegnante». O rivelano la totale accettazione di una situazione liberatoria; Manuela: «La figura che preferisco è il triangolo perché è una figura che esprime felicità»; Luca: «Prima io non avevo mai inventato nessun problema perché mi erano proposti dalla maestra». In questa lunga ricerca, ci pare di poter dire che l'accettazione della devoluzione è proprio legata anche al fatto che lo studente è stato spinto a credere in sé stesso, ad osare,[8] a non identificare il sapere che era lecito esprimere con il sapere scolastico, aggiungendo il suo, quello raggiunto in modo personale.

---

[8] Scrive Sarrazy (1995): «[…] è con la dissimulazione della volontà didattica nell'ambiente a-didattico che la rottura del contratto assume tutto il suo senso pedagogico e didattico. La necessità di questa rottura potrebbe essere riassunta dal seguente aforisma: *Credimi*, dice il maestro all'allievo, *osa utilizzare il tuo proprio sapere e imparerai* – formula che non può non richiamare l'affermazione di E. Kant […]: Abbi il coraggio di servirti del tuo *proprio* intendimento».

5. Da: Arrigo e D'Amore (1999). In questa ricerca, condotta con studenti delle ultime classi di scuola media superiore in Svizzera ed Italia (età degli allievi: 17-19 anni in Italia, 16-18 anni in Svizzera), si è fatto vedere alle classi un video, nel quale erano state registrate tre dimostrazioni relative a questioni che coinvolgono in vario modo l'infinito ed in particolare il famoso teorema di G. Cantor sull'equipotenza tra l'insieme dei punti di un quadrato e l'insieme dei punti di un suo lato. Sebbene i prerequisiti necessari per comprendere questo teorema siano ben posseduti dagli studenti, il teorema viene rifiutato e, nel caso in cui esso venga accettato, lo è per motivi istituzionali (non solo di contratto) e non per motivi di comprensione. Qui più che altrove c'è una lotta viscerale ed intensa tra quel che viene spontaneo (il rifiuto del teorema a causa della sua assoluta non evidenza, anzi della sua apparente illogicità) e quel che bisogna accettare in àmbito istituzionale. Dunque, sebbene siano parecchi gli studenti che sembrano disposti ad accettare il risultato del teorema per motivi istituzionali, una successiva analisi più raffinata dimostra che, al contrario, ben il 67% lo rifiuta (questi, per lo meno, lo hanno capito; resta il problema di sapere se il restante 33% ha davvero capito quel che si è proposto). Gli ostacoli all'apprendimento, analizzati a fondo in quella ricerca, sono sia di tipo epistemologico, sia di tipo didattico. La scolarizzazione non riguarda dunque solo il sapere concettuale, ma anche quello argomentativo (le dimostrazioni, per esempio) e gli atteggiamenti.

6. Da: D'Amore (1998). In questa ricerca si proponevano a studenti di scuola elementare, media e superiore (età degli studenti: 9-15 anni) dei cartoncini di formato A5 sui quali era rappresentata una relazione binaria scritta secondo diversi registri: in forma proposizionale (cioè: descritta a parole), diagramma cartesiano, diagramma di Venn, diagramma di Carroll. Lo scopo della prova era di verificare se gli studenti erano in grado di riconoscere che si trattava dello stesso messaggio scritto in 4 modalità diverse e, in caso positivo, cercare di capire quale di essi è il più accettato e meglio compreso da parte degli studenti. Tra i risultati trovati, quel che balza agli occhi con prepotenza è che il primo, il proposizionale, è guardato con scandalo dai più piccoli, perché: Ruggero (IV elementare): «non c'entra niente in matematica, perché di solito si usano numeri e non si scrive una cosa già fatta, ma metti delle parole e poi i numeri per fare matematica»; Elisa (IV elementare): «[…] non sta bene in matematica».

Uno dei risultati onestamente inattesi della ricerca è dovuto alla scoperta che gli studenti cercano informazioni nascoste al di là delle nostre intenzioni, come se nell'attività scolastica tutto fosse stato organizzato dagli insegnanti e non casuale, anche nei minimi dettagli. Per esempio, in una tabella nella quale figuravano lungo l'asse verticale i seguenti nomi di città: Atene, Milano, Parigi, Roma, alcuni studenti hanno voluto vedere un ordine alfabetico (vero, ma del tutto casuale), altri un ordine d'importanza delle città, altri un ordine dal Nord al Sud eccetera, mentre invece tutto il mio interesse di ricercatore era puntato altrove, ed a nessuna di tali informazioni (alcune veritiere, altre evidentemente false) avevo pensato né ne avevo in alcun modo esigenza. La tendenza a voler trovare informazioni aggiuntive era talmente forte, che uno studente si è perfino spinto ad ipotizzare che fossero tutt'e 4 capitali; dopo un'ulteriore verifica su questo punto, si è accorto che la cosa non funzionava; a quel punto, pur di non cambiare opinione, ha asserito che «Roma è la capitale del Sud e Milano del Nord».

La scolarizzazione cambia non solo i saperi, ma anche l'atteggiamento: e lo studente va alla caccia di sottigliezze che neppure immaginiamo. Ne sorge una curiosa immagine di scolarizzazione totale dei saperi e delle situazioni che si potrebbe pensare causata dalla ricerca costante, da parte dell'allievo, di messaggi a carattere "meta", segnalati da diversi Autori. La mia ipotesi è che anche questa affannosa, costante ricerca abbia una delle sue origini appunto nella scolarizzazione dei saperi e degli atteggiamenti.

7. Da: D'Amore e Sandri (1996). In questa ricerca l'idea era di spingere gli studenti di II media (12-13 anni) a far uso spontaneo della lingua comune in contesto matematico, nell'ipotesi che ciò potesse servire a meglio comprendere quali siano le reali idee che gli studenti si fanno della matematica e dei suoi concetti più usuali. Agli studenti era suggerito di assumere un ruolo diverso da quello abituale di studenti e si dava loro un compito a carattere matematico ma con modalità tali che fossero costretti ad usare la lingua comune. Come abbiamo rilevato, sono pochissimi gli studenti disposti a fare uso della lingua comune; non appena essi realizzano che l'argomento è matematico, scatta un meccanismo di profonda convinzione in base al quale la matematica *non può* essere trattata nella lingua comune, ma in quella lingua semiartificiale particolare alla quale ho in passato dato il nome di "matematichese" (D'Amore, 1993, 1996). Per esempio, anche accettato il fatto di dover spiegare a bambini molto piccoli come si trova l'area del rettangolo, molti non riescono a non ricorrere alla stereotipata formula: A=b×h. Oppure, volendo spiegare ad un bambino molto piccolo che cos'è l'altezza di un triangolo, molti non possono rinunciare a far… cadere dei segmenti di perpendicolare da un vertice a qualche lato… Dovendo calcolare la velocità media di un treno, per rispondere ad un passeggero, molti bambini trasformati in controllori ferroviari non possono far a meno di trasformare 1h30' in 90' o in 5400", anche se questo non serve a nulla. Ma la rinuncia più vistosa è quel: «lascio questo compito agli insegnanti veri e propri», commentato in D'Amore e Sandri (1996). Si scopre, in fondo, che ci vuole molto coraggio per assumere una veste diversa da quella di studenti, quando l'oggetto della comunicazione è matematico: che lo studente continui ad assolvere il proprio "mestiere"! (Sarrazy, 1995; trad. it. pag. 146). Ma questo è un altro degli aspetti della mancata devoluzione, dovuta proprio alla scolarizzazione non solo e non tanto dei saperi, quando degli atteggiamenti.

8. Da: D'Amore (1997). Lo scopo di questa ricerca era quello di verificare se è vero che gli studenti si devono necessariamente fare un'immagine dettagliata della situazione descritta da un testo di un problema, o se è sufficiente che essi si facciano un'immagine per così dire confusa, anche non dettagliata. La prova è stata condotta nei vari livelli scolastici. Si sono posti gli studenti di fronte a due situazioni problematiche di trasmissione di merci da un venditore ad un acquirente; nella prima tutto era descritto chiaramente, sia il contesto, sia ogni particolare; nella seconda veniva data una descrizione generale coerente della situazione, ma gli oggetti della transizione commerciale erano descritti con parole inesistenti. La parola "matita" era una volta sostituita con "orettola" ed un'altra con "przxetqzyw". Una serie di prove dimostra che questa differenza non modifica affatto la percentuale di riuscita, a nessun livello scolastico.
Voglio osservare che studenti di ogni età, ma specie i più piccoli, non hanno voluto ammettere di essersi trovati imbarazzati di fronte alle parole inesistenti e non hanno voluto denunciare la situazione. Essi hanno invece fatto di tutto per darsi una ragione, per ricostruire situazioni coerenti, per dar senso al testo; per cui, a quelle parole sconosciute sono stati attribuiti vari significati.
Anche in questo caso, mi pare di poter affermare che la particolare situazione scolarizzata spinge lo studente a creare un clima di coerenza, anche dove tale coerenza è assente, pur di rispecchiare il modello forte, istituzionale, nel quale questo tipo di attività si svolge. È probabile che lo stesso problema, posto in ambiente diverso, avrebbe spinto lo studente a chiedere all'interlocutore spiegazioni su quelle parole misteriose. Le "strane parole" sono così state trasformate in tipi speciali di verdure, in marchi di caramelle eccetera, pur di dar senso. In fondo, nel suo "mestiere di

allievo", lo studente è alla continua ricerca di dar senso a cose che, talvolta, questo senso nascondono…

9. Da: D'Amore e Martini (1997b). In questa ricerca abbiamo voluto rifare le prove di Schoenfeld (1987) su divisioni non intere,[9] ma ponendo in più due variabili didattiche, ossia: 1) dando o no la possibilità di usare la macchina calcolatrice, 2) variando l'età degli studenti. Se è vero che i risultati di Schoenfeld in USA furono disastrosi, con la macchina calcolatrice a disposizione la situazione… peggiora nettamente. Il fatto è che per rispondere bene all'esercizio occorre riflettere sulla incongruenza tra la risposta numerica che si ottiene dai calcoli (31,333333) ed il testo, che richiede invece una risposta intera (32, cioè il numero intero successivo a $31,\bar{3}$). Di fatto, tra coloro che fanno i calcoli a mano, c'è solo una piccola percentuale che si accorge del fatto che la domanda chiede una soluzione intera e, pur con molta fatica, riesce a rispondere quel «32», anche se tale valore non è quello ottenuto da calcoli formali; è anche però vero che se uno studente usa la macchina calcolatrice, la forza di dare come risposta finale un valore numerico diverso da quello che appare sul display è quasi nulla e cresce di pochissimo con l'età (come dicevo, la prova è stata fatta ai vari livelli scolastici).

Per studiare se il meccanismo metacognitivo necessario per dare la risposta corretta è inibito dal fatto di fare calcoli di una certa complessità, e quanto l'immaginarsi o meno la situazione descritta aiuti o fuorvii nel dare la risposta corretta, abbiamo anche dato un "problema" la cui soluzione, pur essendo dello stesso tipo, non richiedesse affatto calcoli.[10] Ebbene, vi sono studenti ed in

[9] Un bus dell'esercito trasporta 36 soldati. Se 1128 soldati devono essere trasportati in bus al campo d'addestramento, quanti bus devono essere usati?
[10] Un'automobile trasporta 4 bambini. Se devono essere trasportati 6 bambini a scuola, quante automobili sono necessarie?

percentuale non irrisoria, che dichiarano essere più semplice il primo problema che non il secondo, «perché nel primo sai cosa fare [nel senso: che operazione usare] ma nel secondo no», «perché il primo lo vedi» [ovviamente va interpretato come: lo fai ricadere negli usuali, altrimenti sembra di poter dire esattamente il contrario!]. Ci sono studenti che fanno dei calcoli per risolvere il II problema e, ovviamente, alcuni di questi riescono a sbagliarli: d'altra parte gestire la divisione scritta 6:4 non è proprio del tutto irrisorio. Per cui, a fronte di tanti bambini (e ragazzi) che danno risposta corretta ad intuito, senza calcoli, immaginando la situazione concreta, ce ne sono altri che non hanno il coraggio di assumere la risoluzione del problema, dato in àmbito scolastico, secondo un costume non scolastico.

È incredibile, ma il risultato delle prove è il seguente:

	test di Schoenfeld		test b. ed a.
	senza calcolatrice	con calcolatrice	
V elementare (età: 10-11 anni)	36%	0%	88%
II media (età: 12-13 anni)	37%	12%	83%
Biennio superiore (età: 14-16 anni)	70%	38%	92%

mentre noi avevamo (ingenuamente) ipotizzato 100% di risposte corrette al test bambini ed automobili, almeno alla scuola media e certo al biennio superiore!
La scolarizzazione dei saperi qui agisce in modo evidentissimo, perfino sulle convinzioni degli studenti relative al grado di difficoltà dei problemi.

Ancora una considerazione.

Con il passare degli anni, soprattutto grazie al notevolissimo e continuo scambio di idee ed esperienze con gli insegnanti e con gli allievi di ogni livello scolastico, a causa di uno studio sempre più specifico, mi sono convinto che molti (anche se, ovviamente, non tutti) degli aspetti relativi a *contratti*, *devoluzioni* e *situazioni*, molte delle problematiche relative al cognitivo ed al suo meta, ad immagini della matematica, a problemi affettivi e cognitivi, si possano almeno in parte riassumere in una sola considerazione, relativa alla duplice motivazione di "mestiere": *mestiere di allievo*, *mestiere di insegnante*. E cioè che: una delle maggiori difficoltà del rapporto insegnamento / apprendimento consiste in questo: l'insegnante dovrebbe convincere l'allievo e sé stesso che quel che si apprende, lo si apprende per la vita e non per il breve spazio di tempo legato ad una prova, ad una verifica, ad una qualche forma di valutazione.
Certo, il problema è antico e per questo sentito da sempre, ed apre vecchie e mai sopite ferite. Né qui si vuol neppure tentare di dare possibili soluzioni strategiche nuove! D'altra parte, come convincere un adolescente ad implicarsi in un cognitivo del quale non vede, non può vedere, utilizzazioni future? E, d'altra parte, quali usi di trigonometria, logaritmi ed algebra si potrebbero, ragionevolmente proporre?
È ovvio che nessun insegnante propone apprendimenti destinati solo a prove di verifica; l'insegnante è in buona fede e sa bene che quel che sta dando è materiale cognitivo per la vita; il fatto però è che a volte lo studente, che non ha strumenti critici proiettati sul futuro, valuta come fine a sé stessa la proposta cognitiva dell'insegnante, svilendola… Sul cambiamento dei contenuti, d'altra parte, l'insegnante può poco; mentre sul cambiamento della metodologia, potrebbe di più, ma bisognerebbe allora intervenire con forza al momento della formazione, anche costringendo l'insegnante a ripensare alla sua stessa funzione (e non è allora

escluso che, alla fine, riemergerebbe una mai superata visione di educatore frutto di una scelta consapevole, fortemente voluta). Ciò comporterebbe profonde revisioni metodologiche ed una radicale ridefinizione nella scelta dei contenuti: ne sarebbe influenzata una grande parte della scelta del sapere da insegnare, la scelta delle modalità e dei contenuti della devoluzione, la messa in campo di strategie, e di conseguenza ne sarebbe influenzato il contratto didattico.
Inoltre, ma non meno urgente, l'insegnante dovrebbe convincere l'allievo che sta apprendendo per la vita: il suo impegno a scuola cesserebbe d'essere solo quello di tentare di mostrare all'insegnante di saperne riprodurre modi, linguaggi ed atteggiamenti e diverrebbe invece l'esplicitazione di un interesse genuino ad assumere in prima persona la responsabilità di una volontà cognitiva esplicita, regolata da una domanda costante di nozioni e relazioni strutturali; in prima persona: cioè direttamente e non solo attraverso la scolarizzazione del sapere, rifiutando di accettare come unico criterio di selezione dei saperi la scelta da parte dell'istituzione, e quindi, di conseguenza, la mediazione e l'approvazione dell'insegnante che tale istituzione rappresenta.

Se si chiede ad un adulto di esprimere un parere sull'importanza dell'apprendimento della matematica a scuola, si hanno risposte mediamente orientate ad un parere di livello alto: la matematica è cioè considerata *molto importante*. Se però si approfondiscono le motivazioni di questa opinione, esse hanno per lo più radici vuote o banali, poco scolastiche, legate a fatti di bassissima qualità per quanto concerne il livello cognitivo. Questo modo di pensare spiega in modo esplicito le risposte degli allievi alle stesse domande: l'importanza dell'apprendimento della matematica risiederebbe infatti nel «non farsi imbrogliare nei negozi», nel «poter controllare il resto al supermercato» eccetera; la posizione degli allievi replica dunque quella della noosfera (soprattutto famiglia ed ambiente sociale). Quando si materializza in qualche cosa di livello più alto, ecco apparire riferimenti tecnologici o

informatici, spesso vaghi ed impropri. E tutto ciò non cambia con l'età degli allievi!
D'altra parte, effettivamente, perché impiegare mesi del proprio tempo intellettuale per imparare ad usare complicati *strumenti algoritmici* per risolvere problemi di interesse concreto nullo e senza alcun legame con la realtà esterna (quella vera); e poi ad imparare la teoria stessa di tali strumenti (diventati nel frattempo misteriosamente *oggetti*), se nella vita sociale questo aumento cognitivo non comporta pari aumento di capacità e potenzialità esprimibili in campi concreti, verificabili? Che cosa, se non il condizionamento sociale o la scolarizzazione totale dei saperi, la fiducia nell'insegnante, convincono lo studente a fare il suo "mestiere"? Ma se le basi del "mestiere" sono queste, le giustificazioni dell'apprendimento vacillano e si torna al "caso Gaël", emblematico: ogni apprendimento è allora frutto di una mediazione: non c'è apprendimento per sé, per la propria vita, per il proprio futuro, ma solo per motivi relazionali ed istituzionali; l'apprendimento è sempre un apprendimento "situato", ma situato in senso totalmente istituzionale.
Per spezzare questo diaframma, per superare questo ostacolo metadidattico, l'insegnante deve giocare tutte le sue carte nell' "arte della seduzione", della comunicazione, del modello umano…
Ma proprio in questo atteggiamento si cela una metafora che vorrei chiamare *la metafora dell'allenatore*: più l'insegnante convince usando sé stesso come argomentazione, più si implica nel processo didattico, più lo scopo e la giustificazione dell'apprendimento si radicalizzano in una situazione istituzionalizzata; l'apprendimento è fondato su circostanze relazionali, situate, istituzionali, con obbiettivo extra-cognitivo, affettivo. D'altra parte, una non partecipazione all'azione o una partecipazione umana debole, basata sul rinvio all'esterno della scuola, comporta un *paradosso*, quello *della competenza esterna*: il luogo della competenza problematica è altrove, fuori delle mura scolastiche; il professore è allora un istruttore la cui funzione è di preparare ad attività esterne,

ad un'attività futura che, per ora, è altro, rispetto alla scuola; la funzione istituzionale della scuola sarebbe allora quella di una palestra di allenamento per prove future, esterne, di là da venire. Il professore è un allenatore, ma la vera vita è altrove.
Proseguiamo in questa metafora. Quando un giovane viene attratto da una disciplina sportiva e chiede aiuto ad una società o ad un allenatore per diventare attivo in essa, non c'è peggior allenamento che tentare di convincerlo a prepararsi a lungo prima di gareggiare. Un lungo, ripetitivo e spesso tedioso allenamento finisce con lo stancare, scoraggiare e demotivare il giovane, mortificando le sue lecite ambizioni ed aspirazioni, le radici stesse del suo primitivo desiderio. Un saggio allenatore alterna allenamenti e prove: gli allenamenti nel suo ambiente, le gare all'esterno, prove vere… Né solo allenamenti, ma neppure solo prove, per ovvii motivi: il futuro atleta, novizio, ancora non abbastanza pronto, potrebbe essere mortificato dal confronto con atleti esperti.
Questa metafora, quella dell'atleta, per quel che vale, ci può essere d'aiuto e potrebbe essere tenuta presente, pur nelle evidenti debolezze del paragone. La prima di tali debolezze, forse la più macroscopica, è che il giovane atleta cerca di sua propria volontà l'allenatore, mentre il giovane studente viene forzatamente immesso in un'istituzione, a volte con regole vaghe e misteriose, spesso senza alcun desiderio o stimolo individuale, di fronte a persone adulte che pretendono da lui prestazioni che egli non condivide e non richiede, su argomenti a lui ignoti e quindi non desiderati. Più "situato" di così, l'apprendimento non potrebbe essere.

La scuola dell'infanzia. E una conclusione.

La scuola dell'infanzia non cade in questa rete! Forse perché nel suo "mestiere di insegnante", chi lavora nella scuola dell'infanzia

non sente doveri di carattere valutativo, non ha un vero e proprio programma da seguire, con le conseguenti contemporanee ansie di *onnipotenza* e di *inadempienza*… C'è maggior possibilità di creare situazioni didattiche con devoluzione del tutto naturale, senza schemi e senza clausole negative del contratto. Ogni bambino accetta situazioni didattiche se e solo se se ne fa carico personale, altrimenti, semplicemente, … non le accetta!
La scolarizzazione è iniziata, sì, ma ancora non è esasperata.
Il bambino è anche libero di non capire, non è sempre costretto a fingere di stare al gioco del suo "mestiere di studente"; anzi: questo non è ancora iniziato. In alcune delle ricerche fatte dal gruppo che dirigo nella scuola dell'infanzia (Baldisserri et al., 1993; Aglì et al., 1997; etc.), abbiamo ampiamente mostrato come i bambini (età: 3-6 anni) accettino liberamente di giocare; con quale libertà, con che astuzia riescono ad essere loro a scegliere, a guidare il gioco. Perfino problemi di sottrazione, che alcuni insegnanti considerano rischiosi e difficili per la fine della prima elementare, sono affrontati… spudoratamente, con rigore e correttezza non sempre ascrivibile al campo dell'aritmetica, giungendo a soluzioni. Non formali, ma corrette. Atteggiamenti che, successivamente, si perdono: non sono più leciti, non sono più cònsoni al discorso matematico esclusivamente legato all'istituzione scolastica.

Di fronte al successo cognitivo costante degli allievi non sottoposti a costrizioni istituzionali, di fronte ai mediocri risultati in condizioni opposte, non varrà forse la pena di ripensare alle modalità secondo le quali è gestita ogni "storia di classe"? Non varrà forse la pena creare "costumi" didattici (Balacheff, 1988) più adatti allo studente che non al sapere o alla istituzione cui questo rinvia?
Se la caratteristica degli studenti più piccoli è l'a-dogmatismo, non sarà il caso di ripensare daccapo a tutta la problematica della

comunicazione, così come si sviluppa in aula, sempre più ricca di sottointesi metacomunicativi, man mano che si sale di livello? Comunicazione diretta ma non direttiva, il cui scopo è farsi capire, per promuovere possibilità reali di apprendimento: i due "mestieri" vengono rimessi in gioco, e riemerge con estremo vigore ed interesse il perenne gioco della coppia: insegnamento-apprendimento.

In fondo il problema si può ridurre a riprendere in esame la possibilità di presentare la matematica come fatto culturale e non solo meramente come un «saper fare», sviluppando il gusto del sapere… Ma questa considerazione, nella sua essenzialità, ha il sapore di un dibattito antico. È possibile che non tutto si riduca ad un saper ri-fare quel che altri hanno saputo fare?

Riferimenti bibliografici.

Aglì F., D'Amore B., Martini A. & Sandri P. (1997), Attualità dell'ipotesi "intra-, inter-, trans-figurale" di Piaget e Garcia. . *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 20A, 4, 329-361.

Arrigo G. & D'Amore B. (1999), "Lo vedo ma non ci credo". Ostacoli epistemologici e didattici al processo di comprensione di un teorema di Georg Cantor che coinvolge l'infinito attuale. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, in corso di stampa.

Artigue M. (1992), Didactic engineering. In: R. Douady & A. Mercier (eds.), Research in *didactique* of mathematics: Selected papers (Special issue). *Recherches en didactique des mathématiques*, 12, 41-65.

Balacheff N. (1988), Le contrat et la coûtume: deux registres des intéractions didactiques. In: Laborde C. (ed.), *Actes du premier colloque Franco-Allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique*. Grénoble, La pensée Sauvage. 15-26.

Baldisseri F., D'Amore B., Fascinelli E., Fiori M., Gastaldelli B. & Golinelli P. (1993), I palloncini di Greta. *Infanzia*, 1, 31-34; *La matematica e la sua didattica*, 4, 444-449.

Billet S. (1996), Situated learning: bridging sociocultural and cognitive theorising. *Learning and Instruction*, 6, 263-281.

Brousseau G. (1988), Didacytique fondamentale, didactiques des mathématiques et formation des maîtres. Actes de l'Univ. d'été d'Olivet, luglio 1988. Bordeaux, IREM. 10-25.
Brousseau G. & Perez J. (1981), Le cas Gaël. Université de Bordeaux I, IREM (documento dattiloscritto).
Cassani A., D'Amore B., Deleonardi C. & Girotti G. (1996), Problemi di routine e situazioni "insolite". Il "caso" del volume della piramide. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 19B, 3, 249-259.
Chevallard Y. (1985), *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grénoble, La Pensée Sauvage.
Chevallard Y. (1992), Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12, 1, 73-112.
Chevallard Y. (1996), La fonction professorale: esquisse d'un modèle didactique. Actes de la VIII École et Université d'Été de didactique des mathématiques, août 1995. IREM de Clermont-Ferrand, 83-122.
Chevallard Y. & Joshua M.A. (1982), Un exemple d'analyse de la transposition didactique: la notion de distance. *Recherches en didactique des mathématiques*, 3, 1, 159-239.
D'Amore B. (1993), Esporre la matematica appresa: un problema didattico e linguistico, in: B. Jannamorelli (a cura di), *Insegnamento/Apprendimento della Matematica: linguaggio naturale e linguaggio della scienza*, Qualevita ed., Sulmona 1994; Atti del I Sem. Internaz. di Didattica della Matematica, Sulmona marzo 1993.
D'Amore B. (1996), Schülersprache beim Lösen mathematischer Probleme, *Journal für Mathematik Didaktik*, 17, 2, 1996, 81-97.
D'Amore B. (1997), Matite-Orettole-Przxetqzyw. Le immagini mentali dei testi delle situazioni-problema influenzano davvero la risoluzione? *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 20A, 3, 241-255.
D'Amore B. (1998), Oggetti relazionali e diversi registri rappresentativi: difficoltà cognitive ed ostacoli. *L'educazione matematica*, 3, 1, 7-29 (testo bilingue: italiano ed inglese).
D'Amore B., Franchini D., Gabellini G., Mancini M., Masi F., Matteucci A., Pascucci N. & Sandri P. (1995), La ri-formulazione dei testi dei problemi scolastici standard. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 19A, 2, 131-146.
D'Amore B. & Giovannoni L. (1997), Coinvolgere gli allievi nella costruzione del sapere matematico. *La matematica e la sua didattica*, 4, 359-399.
D'Amore B. & Martini B. (1997a), Il "contesto naturale". Influenza della lingua naturale nelle risposte a test di matematica. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 21A, 3, 209-234.

D'Amore B. & Martini B. (1997b), Contratto didattico, modelli mentali e modelli intuitivi nella risoluzione di problemi scolastici standard. *La matematica e la sua didattica*, 2, 150-175.

D'Amore B. & Sandri P. (1996), Fa' finta di essere… Indagine sull'uso della lingua comune in contesto matematico nella scuola media. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 19A, 3, 223-246.

Goswami U. (1992), *Analogical reasoning in children*. Hillsdale, LEA.

Henry M. (1991), *Didactique des Mathématiques*. IREM de Besançon, Besançon.

IREM de Bordeaux I (1978), Étude de l'influence de l'interprétation des activités didactiques sur les échecs électifs de l'enfant en mathématiques. 18, 170-181.

Moreno Armella L. (1999), Epistemologia ed Educazione Matematica. *La matematica e la sua didattica*, 1, in corso di stampa.

Noss R. (1998), *Nuove culture, nuove Numeracy*. Bologna, Pitagora.

Noss R. & Hoyles C. (1996), *Windows on Mathematical Meaning*. Kluwer, Dordrecht.

Perrin-Glorian M.-J. (1994), Théorie des situations didactiques: naissance, développement, perspectives. In: Artigue M., Gras R., Laborde C. & Tavignot P. (eds.), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France. Hommage à Guy Brousseau et Gérard Vergnaud*. Grénoble, La Pensée Sauvage. 97-148.

Sarrazy B. (1995), Le contrat didactique. *Revue Française de Pédagogie*. 112. 85-118. [Tr. it: *La matematica e la sua didattica*, 2, 1998, 132-175].

Saxe G.B. (1985), The effects of schooling on arithmetical understanding: Studies with Oksapmin children in Papua New Guinea. *Journal of Educational Psychology*, 5, 77, 503-513.

Saxe G.B. (1988), The mathematics of child street vendors. *Child Development*, 59, 1415-1425.

Saxe G.B. (1990), Venditori ambulanti e conoscenze matematiche. *Età evolutiva*, 40, 3-16.

Schoenfeld A.H. (1987), What's all the fuss about metacognition?, in: Schoenfeld A.H. (ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education*, Lawrence Erlbaum Ass., Hillsdale (N.J.), 189-215.

Schubauer Leoni M. L. (1997), Rapporto al sapere del docente e decisioni didattiche in classe. In: D'Amore B. (a cura di) (1997), *Didattica della Matematica e realtà scolastica*. Bologna, Pitagora. 53-60.